2019 年度　獨協医科大学　前期理系　第３問

問題　点 O を原点とする座標空間に 4 点 A$(4,\ -5,\ 2)$，B$(4,\ -2,\ 5)$，C$(-1,\ -1,\ 4)$，D$(1,\ 1,\ 5)$ がある。点 P を直線 AB 上の動点，点 Q を直線 CD 上の動点とし，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = p\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{CQ}} = q\overrightarrow{\mathrm{CD}}$（$p$，$q$ は実数）とおく。

(1)　3 点 O，P，Q が一直線上にあるとき

$$p = \boxed{\text{ア}},\quad q = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(2)　直線 PQ が直線 AB に垂直であるとき

$$\boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}\,p + q = 0$$

が成り立つ。

(3)　線分 PQ の長さが最小となるような P，Q の座標は

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{カ}},\boxed{\text{キ}},\boxed{\text{ク}}\right),\ \mathrm{Q}\left(\boxed{\text{ケ}},\boxed{\text{コ}},\boxed{\text{サ}}\right)$$

である。

2 点 $\mathrm{P_1}$，$\mathrm{Q_1}$ を

$$\mathrm{P_1}\left(\boxed{\text{カ}},\boxed{\text{キ}},\boxed{\text{ク}}\right),\ \mathrm{Q_1}\left(\boxed{\text{ケ}},\boxed{\text{コ}},\boxed{\text{サ}}\right)$$

とする。このとき，2 平面 $\mathrm{P_1Q_1A}$，$\mathrm{P_1Q_1C}$ のなす角を θ $\left(0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ とすると

$$\theta = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$$

である。

ただし，2 平面 α，β が平行でないとき，2 平面 α，β のなす角とは，2 平面の交線 ℓ 上の 1 点を T とし，平面 α，β 上における，T を通り ℓ に垂直な直線をそれぞれ m_α，m_β としたとき，2 直線 m_α，m_β のなす角である。

S_dokkyouika2019A_03.pbm