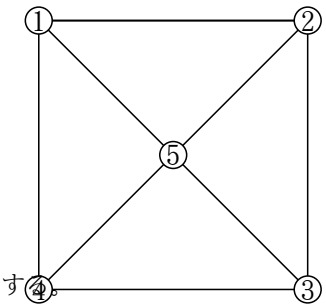
2019年度　獨協医科大学　前期理系　第2問

問題　右図のような正方形があり，2本の対角線が引かれている。4つの頂点と対角線の交点に，図のように①から⑤の番号が打たれ，それらに1個ずつ，合計5個の白石が置かれている。1個のサイコロを投げ，出た目が1から5のときは，その目と同じ番号にある石を，それが白石ならば黒石に，黒石ならば白石に置きかえ，出た目が6のときはいずれの石も置きかえない，という試行を行う。



n は正の整数とする。

(1)　「n 回の試行の後，3点①，⑤，③にある石がすべて同色である確率」を a_n とする。

$a_1 = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$a_2 = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。a_{n+1} を a_n を用いて表すと，

$a_{n+1} = \dfrac{1}{\boxed{\text{オ}}}a_n + \dfrac{1}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから，$a_n = \dfrac{1}{\boxed{\text{キ}}}\left(1 + \dfrac{1}{\boxed{\text{ク}}^{n-1}}\right)$ である。

(2)　「n 回の試行の後，3点①，⑤，③にある石がすべて同色であるか，または3点②，⑤，④にある石がすべて同色である確率」を b_n として，b_4 を求めたい。

n 回の試行の後，5点①，②，③，④，⑤に置かれた5個の石について，すべて同色である確率を p_n，黒石が1個または4個である確率を q_n，黒石が2個または3個である確率を r_n とすると，$p_n + q_n + r_n = 1$ であり

$$p_{n+1} = \frac{1}{\boxed{\text{ケ}}}p_n + \frac{1}{\boxed{\text{コ}}}q_n$$

$$q_{n+1} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}p_n + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}q_n + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}r_n$$

が成り立つ。

p_4 を求めると，$p_4 = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ となる。p_4 および a_4 の値を用いて計算すると，

$b_4 = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

S_dokkyouika2019A_02.pbm