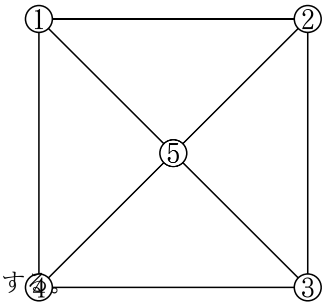
2019 年度　獨協医科大学　前期理系　第 2 問



問題　右図のような正方形があり，2 本の対角線が引かれている。4 つの頂点と対角線の交点に，図のように ① から ⑤ の番号が打たれ，それらに 1 個ずつ，合計 5 個の白石が置かれている。1 個のサイコロを投げ，出た目が 1 から 5 のときは，その目と同じ番号にある石を，それが白石ならば黒石に，黒石ならば白石に置きかえ，出た目が 6 のときはいずれの石も置きかえない，という試行を行う。

n は正の整数とする。

(1)　「n 回の試行の後，3 点 ①，⑤，③ にある石がすべて同色である確率」を a_n とする。

$a_1 = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$a_2 = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。a_{n+1} を a_n を用いて表すと，

$a_{n+1} = \dfrac{1}{\boxed{\text{オ}}}a_n + \dfrac{1}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから，$a_n = \dfrac{1}{\boxed{\text{キ}}}\left(1 + \dfrac{1}{\boxed{\text{ク}}^{\,n-1}}\right)$ である。

(2)　「n 回の試行の後，3 点 ①，⑤，③ にある石がすべて同色であるか，または 3 点 ②，⑤，④ にある石がすべて同色である確率」を b_n として，b_4 を求めたい。

n 回の試行の後，5 点 ①，②，③，④，⑤ に置かれた 5 個の石について，すべて同色である確率を p_n，黒石が 1 個または 4 個である確率を q_n，黒石が 2 個または 3 個である確率を r_n とすると，$p_n + q_n + r_n = 1$ であり

$$p_{n+1} = \frac{1}{\boxed{\text{ケ}}}p_n + \frac{1}{\boxed{\text{コ}}}q_n$$

$$q_{n+1} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}p_n + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}q_n + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}r_n$$

が成り立つ。

p_4 を求めると，$p_4 = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ となる。p_4 および a_4 の値を用いて計算すると，

$b_4 = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

S_dokkyouika2019A_02.pbm