

問題 関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{9}{x} \right)$ と定め、 $y = f(x)$ のグラフを曲線 C とする。次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減、極値、グラフの漸近線を調べ、曲線 C の概形をかけ。
- (2) 曲線 C 上の点 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ および直線 $y = \frac{1}{2}x$ 上の点 $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$ を次のように定める。
 $A_1(1, f(1))$ とする。 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、点 A_n を通り y 軸に平行な直線と直線 $y = \frac{1}{2}x$ との交点を B_n 、点 B_n から曲線 C に接線を引いて接点を A_{n+1} とする。
- (i) $A_n(a_n, f(a_n))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とするとき、 a_{n+1} を a_n で表せ。また、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (ii) $b_n = (\log_2 a_n) \cdot (\log_2 a_{2n+2})$ とするとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n}$ の和を求めよ。