2022 年度　大阪医科薬科大学　前期理系　第 5 問

問題　数字 $1, 2, \cdots, n$ の順列 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ に対して，xy 平面上の点の集合 $\{(1, x_1), (2, x_2), \cdots, (n, x_n)\}$ を考える。この集合が直線 $y = x$ に関して線対称であるような順列をここでは対称な順列と呼ぶことにする。対称な順列の個数を a_n とするとき，$a_1 = 1$，$a_2 = 2$ である。

(1)　数列 $\{a_n\}$ は次の漸化式を満たすことを示せ。

$$a_n = a_{n-1} + (n-1)a_{n-2}$$

(2)　すべての自然数 k に対し，$a_{3k+1} \equiv a_{3k} \pmod 3$，$a_{3k+2} \equiv 2a_{3k} \pmod 3$ を示せ。ただし，整数 a，b と正の整数 m について，$a - b$ が m の倍数であるとき $a \equiv b \pmod m$ と表す。

(3)　すべての自然数 n に対し，a_n は 3 の倍数でないことを示せ。

S_daii2022A_05.pbm