

2021 年度 大阪医科薬科大学 前期理系 第3問

問題 α を $|\alpha| = 1$, $\alpha \neq 1$ なる複素数とする。複素数平面上の点の列 $z_1, z_2, \dots$ を次のように定義する。

$$\begin{cases} z_1 = 1 \\ z_{n+1} = \alpha z_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

- (1) すべての正整数 n について $z_{n+1} - \beta = \alpha(z_n - \beta)$ を満たす複素数 β を求めよ。
- (2) $z_m = z_n$ となる相異なる正整数 m, n が存在するとき $\alpha^{|m-n|} = 1$ であることを示せ。
- (3) α は、ある無理数 r により $\alpha = \cos 2\pi r + i \sin 2\pi r$ と表されたとする。このときすべての相異なる正整数 m, n に対し $z_m \neq z_n$ であることを示せ。

S_daii2021A_03.pbm