

問題 $a > 0$ を定数とし, $I = \int_0^a e^{-x} \sqrt{a-x} dx$ とおく。

(1) $0 \leq x \leq a$ において, $\frac{a-x}{\sqrt{a}} \leq \sqrt{a-x} \leq \sqrt{a}$ を示せ。

(2) $\sqrt{a} - \frac{1-e^{-a}}{\sqrt{a}} \leq I \leq \sqrt{a} - \sqrt{a}e^{-a}$ を示せ。