

**問題**  $n$  を 0 以上の整数として、次のようにおく。

$$c_n(x) = \int_0^x t^n \cos t \, dt, \quad s_n(x) = \int_0^x t^n \sin t \, dt, \quad f_n(x) = \int_0^x t^n \cos(x-t) \, dt$$

- (1)  $n \geq 1$  のとき、 $c_n(x)$ ,  $s_n(x)$  を  $c_{n-1}(x)$ ,  $s_{n-1}(x)$  を用いて表せ。
- (2)  $n \geq 2$  のとき、 $f_n(x)$  を  $f_{n-2}(x)$  を用いて表せ。
- (3)  $\int_0^x h(t) \cos(x-t) \, dt = x^3$  を満たす多項式  $h(t)$  があれば、その一例を求めよ。