

問題 数列 $\{x_n\}$ を次のように定める。

$$x_1 = \sqrt{3}, \quad x_{n+1} = \frac{x_n}{\sqrt{1+x_n^2}+1} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

- (1) 数列 $\{x_n\}$ は減少数列であることを示せ。
- (2) $x_n = \tan \theta_n$ により θ_n $\left(0 < \theta_n < \frac{\pi}{2}\right)$ を定める。数列 $\{\theta_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n x_n$ を求めよ。