

2023年度 大阪公立大学 前期理系 第3問

問題 次の問いに答えよ。

- (1) a, b は実数とし, $f(x)$ は a, b が属する开区間で定義された関数とする。 $f(x)$ が連続な第2次導関数 $f''(x)$ をもつとき, 次の等式を証明せよ。

$$\int_a^b (b-x)(x-a)f''(x) dx = (b-a)(f(a) + f(b)) - 2 \int_a^b f(x) dx$$

- (2) t を正の実数とする。次の不等式を証明せよ。

$$0 \leq \int_t^{t+1} \log x dx - \frac{1}{2}(\log t + \log(t+1)) \leq \frac{1}{8} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \right)$$

- (3) 次で定まる数列 $\{a_n\}$ に対し, 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\log n}$ を求めよ。

$$a_n = \log(n!) - n \log n + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

P_osakakouritsu2023A_03.pbm