

2023 年度 大阪公立大学 前期理系 第 2 問

問題 i は虚数単位を表すものとする。複素数 z に関する方程式

$$z = \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right) \bar{z}$$

の表す複素数平面上的図形を ℓ とする。次の問いに答えよ。

- (1) ℓ は直線であることを証明せよ。
- (2) 直線 ℓ に関して複素数 w と対称な点を w の式で表せ。
- (3) 複素数 z に対して、 z を点 1 を中心に反時計回りに $\frac{2\pi}{3}$ 回転した点を z_1 とし、次に z_1 を原点を中心に反時計回りに $\frac{2\pi}{3}$ 回転した点を z_2 とする。さらに、直線 ℓ に関して z_2 と対称な点を $f(z)$ とする。 $f(z)$ を z の式で表せ。
- (4) $f(z)$ は (3) のとおりとする。複素数 z に関する方程式

$$f(z) = -z - \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

の表す複素数平面上的図形を図示せよ。