

2021 年度 大阪市立大学 前期理系 第 1 問

問題 区間 $0 \leq x \leq 1$ 上の連続関数 $f(x)$ と自然数 n に対し

$$I_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

とおく。また

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(I_n - \int_0^1 f(x) dx \right)$$

とおく。次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = x^2$ のとき D の値を求めよ。
- (2) $f(x) = x^3$ のとき D の値を求めよ。
- (3) $f(x) = e^x$ のとき D の値を求めよ。ただし、 $e^{\frac{1}{n}} = 1 + \frac{1}{n} + a_n$ とおくとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n = \frac{1}{2}$ となることを用いてよい。

P.osakacity2021A_01.pbm