2020 年度　大阪市立大学　前期理系　第４問

問題　座標空間内に 3 点 $\mathrm{A}(\sqrt{3},\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 3,\ 0)$，$\mathrm{C}(-\sqrt{3},\ 0,\ 0)$ をとる。$\triangle\mathrm{ABC}$ の重心を通り xy 平面に垂直な直線を ℓ とする。また，点 $\mathrm{P}(p,\ q,\ r)$ は

$$r>0,\ \overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=0,\ \overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}=4$$

を満たしているものとする。次の問いに答えよ。

(1)　p および r を q を用いて表せ。また，q がとり得る値の範囲を求めよ。

(2)　線分 BP の中点を M とする。また，ℓ 上に点 N を $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ が垂直になるようにとる。N の座標を q を用いて表せ。

(3)　N の z 座標が最小になるときの q の値を求めよ。

P_osakacity2020A_04.pbm