2019年度　大阪市立大学　前期理系　第3問

問題　k は実数とする。O を原点とする座標空間内に 3 点

$$A(1,\ 1,\ -1),\ B(4k,\ -2k+2,\ -k+1),\ C(4k+4,\ -2k,\ -k)$$

を考える。次の問いに答えよ。

(1)　大きさが 1 のベクトル $\vec{n}$ で，$\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{BC}$ の両方に垂直であるものをすべて求めよ。

(2)　$0<s<1$，$0<t<1$ とし，線分 OA を $s:(1-s)$ に内分する点を P，線分 BC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする。$\overrightarrow{PQ}$ を k，s，t を用いて表せ。

(3)　(2) の内分点 P と Q で，$\overrightarrow{PQ}$ が $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{BC}$ の両方に垂直であるものが存在するとき，P と Q の座標を求めよ。また，そのような P と Q が存在するための k の条件を求めよ。

(4)　k は (3) で求めた範囲にあるとする。(3) の P，Q と線分 PQ 上の点 X に対し $\triangle XOA$ と $\triangle XBC$ の面積が一致するとき，その面積を求めよ。

P_osakacity2019A_03.pbm