

2019年度 大阪市立大学 前期理系 第3問

問題 k は実数とする。O を原点とする座標空間内に3点

$$A(1, 1, -1), B(4k, -2k + 2, -k + 1), C(4k + 4, -2k, -k)$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 大きさが1のベクトル \vec{n} で、 \vec{OA} と \vec{BC} の両方に垂直であるものをすべて求めよ。
- (2) $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ とし、線分 OA を $s : (1 - s)$ に内分する点を P, 線分 BC を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q とする。 \vec{PQ} を k, s, t を用いて表せ。
- (3) (2) の内分点 P と Q で、 \vec{PQ} が \vec{OA} と \vec{BC} の両方に垂直であるものが存在するとき、P と Q の座標を求めよ。また、そのような P と Q が存在するための k の条件を求めよ。
- (4) k は (3) で求めた範囲にあるとする。(3) の P, Q と線分 PQ 上の点 X に対し $\triangle XOA$ と $\triangle XBC$ の面積が一致するとき、その面積を求めよ。

P_osakacity2019A_03.pbm