

問題 0 でない複素数 z に対して

$$w = z + \frac{1}{z}$$

とおく。 i を虚数単位とし、 z の極形式を $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ とする。また、 w の実部を u 、 w の虚部を v とする。次の問いに答えよ。

- (1) u 、 v をそれぞれ r と θ を用いて表せ。
- (2) 点 z が条件 $|z+1| = |z-i|$ ($0 < \theta < \pi$) を満たして複素数平面上を動くとき、 u と v が満たす関係式を求め、点 w が描く図形を複素数平面上に図示せよ。また、 $\lim_{r \rightarrow \infty} u$ と $\lim_{r \rightarrow 0} v$ を求めよ。