2018 年度　大阪市立大学　前期理系　第４問

問題　n を 2 以上の自然数とし，原点 O を中心とする単位円周上に $2n+1$ 個の相異なる点

$$\mathrm{P}_k\left(\cos\frac{2\pi k}{2n+1},\ \sin\frac{2\pi k}{2n+1}\right)\quad (k=0,\ 1,\ \cdots,\ 2n)$$

を取る。また整数 j に対して，j を $2n+1$ で割った余りが $k=0,\ 1,\ \cdots,\ 2n$ のとき，$\mathrm{P}_j=\mathrm{P}_k$ と約束する。この記法の下で，

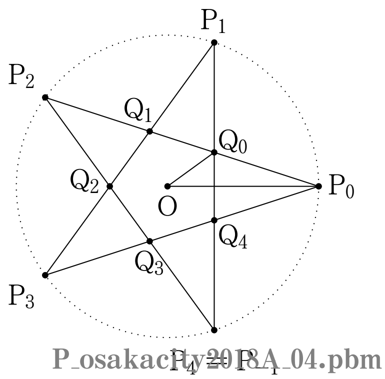
線分 $\mathrm{P}_k\mathrm{P}_{k+n}$ と線分 $\mathrm{P}_{k+1}\mathrm{P}_{k+1-n}$ との交点を Q_k　$(k=0,\ 1,\ \cdots,\ 2n)$

とおく。点 P_0，Q_0，P_1，Q_1，$\cdots$，P_{2n}，Q_{2n}，P_0 を順に結んでできる折れ線が囲む図形を K_n とし，その面積を A_n とする。このとき次の問いに答えよ。

(1)　$\angle\mathrm{OP}_0\mathrm{Q}_0$ および $\angle\mathrm{P}_0\mathrm{OQ}_0$ の値を n を用いて表せ。

(2)　(1) で求めた $\angle\mathrm{OP}_0\mathrm{Q}_0$ の値を θ_n とおく。三角形 $\mathrm{OP}_0\mathrm{Q}_0$ の面積を θ_n を用いて表せ。

(3)　極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}A_n$ を求めよ。



$n=2$ のとき