2015 年度　大阪市立大学　前期理系　第 2 問

問題　関数 $f(x)$，$g(x)$ を $f(x) = e^{-x}\sin x$，$g(x) = e^{-x}\cos x$ とおく。$f(x)$，$g(x)$ の不定積分を $I = \int f(x)\,dx$，$J = \int g(x)\,dx$ とおく。k を自然数とし，$(k-1)\pi \leqq x \leqq k\pi$ において，2 つの曲線 $y = f(x)$，$y = g(x)$，および，2 直線 $x = (k-1)\pi$，$x = k\pi$ で囲まれる 2 つの部分の面積の和を S_k とおく。次の問いに答えよ。

(1)　$I = J + F(x) + C_1$，$J = -I + G(x) + C_2$ を満たす関数 $F(x)$，$G(x)$ を求めよ。ただし，C_1，C_2 は積分定数である。

(2)　I，J を求めよ。

(3)　S_k を求めよ。

(4)　$\sum_{k=1}^{\infty} S_k$ を求めよ。

P_osakacity2015A_02.pbm