

2021年度 奈良県立医科大学 前期理系 第3問

問題 以下の問に答えよ。ただし、答のみ記入すればよい。

整数を係数とする文字 x に関する5次以下の整式全体からなる集合を A とする。つまり、 A は

$$\{a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \mid a_0, \dots, a_5 \text{は整数}\}$$

という集合である。整数 k と A の要素 $F(x)$ に対し、 $T_k(F(x))$ を

$$T_k(F(x)) = xF''(x) - kF'(x)$$

と定める。ここで、 $F'(x)$ は $F(x)$ を x の関数とみた場合の導関数、 $F''(x)$ は $F'(x)$ の導関数を表す。

- (1) $F(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 5x - 6$ に対し、 $T_4(F(x))$ を求めよ。
- (2) A の要素のうち $T_2(F(x)) = 0$ を満たす整式 $F(x)$ 全体からなる集合を求めよ。
- (3) A の部分集合 B をとり、 B のすべての要素 $F(x)$ に対して $T_3(F(x))$ を集めると

$$\{12bx + 12c \mid b, c \text{は整数}\}$$

という集合になる。そのような B をひとつ求めよ。