

2025 年度 京都府立医科大学 前期理系 第3問

問題 自然数 n に対して、関数 $f_n(x)$ ($x > 0$) を次のように定める。

$$f_1(x) = \log(1+x), \quad f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $x > 0$ のとき、不等式

$$x - \frac{x^2}{2} < f_1(x) < x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

が成り立つことを証明せよ。

(2) 自然数 n に対して

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 f_n \left(\frac{1}{x} \right) - x \right) = -\frac{n}{2}$$

が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

P_kyofui2025A_03.pbm