

2023年度 山梨大学 後期理系 第4問

問題 整数の組 (x, y, z) が次の 2 つの式をともに満たすとき, (x, y, z) は $(*)$ を満たす整数の組であるといふ。

$$(*) \quad x^2 + y^2 + z^2 - 3xyz = 0, \quad 0 < x < y < z$$

例えば, $(1, 2, 5)$ は $(*)$ を満たす整数の組である。

(1) $(2, 5, a)$ が $(*)$ を満たす整数の組となるような整数 a を求めよ。

(2) 次の条件 (i), (ii) をともに満たす数列 $\{a_n\}$ が存在することを示せ。

(i) $a_1 = 1, a_2 = 2$ である。

(ii) 任意の自然数 n に対して, (a_n, a_{n+1}, a_{n+2}) は $(*)$ を満たす整数の組である。

(3) (2) の数列 $\{a_n\}$ はただ 1 つである。この数列 $\{a_n\}$ について, a_n が偶数となる n をすべて求めよ。

N_yamanashi2023C_04.pbm