

## 2023 年度 山梨大学 後期理系 第 4 問

**問題** 整数の組  $(x, y, z)$  が次の 2 つの式をともに満たすとき、 $(x, y, z)$  は  $(*)$  を満たす整数の組であるという。

$$(*) \quad x^2 + y^2 + z^2 - 3xyz = 0, \quad 0 < x < y < z$$

例えば、 $(1, 2, 5)$  は  $(*)$  を満たす整数の組である。

(1)  $(2, 5, a)$  が  $(*)$  を満たす整数の組となるような整数  $a$  を求めよ。

(2) 次の条件 (i), (ii) をともに満たす数列  $\{a_n\}$  が存在することを示せ。

(i)  $a_1 = 1, a_2 = 2$  である。

(ii) 任意の自然数  $n$  に対して、 $(a_n, a_{n+1}, a_{n+2})$  は  $(*)$  を満たす整数の組である。

(3) (2) の数列  $\{a_n\}$  はただ 1 つである。この数列  $\{a_n\}$  について、 $a_n$  が偶数となる  $n$  をすべて求めよ。

N.yamanashi2023C\_04.pbm