

2018年度 山形大学 前期理系 第4問

問題 i を虚数単位とし、複素数 α に対してその共役な複素数を $\bar{\alpha}$ で表す。 $z_1 = i$ とし、複素数 $z_1, z_2, \dots, z_n, \dots$ が

$$z_{n+1} = z_n + \left(-\frac{4}{5}i\right)^n \times i \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。また、 $\gamma_n = -i \times \bar{z}_n$ とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 複素数 z_2, z_4 を求めよ。
- (2) 複素数 γ_2, γ_4 を求めよ。
- (3) 自然数 m に対して、複素数 γ_{2m} の実部を a_m 、虚部を b_m とする。極限值 $\lim_{m \rightarrow \infty} a_m$ と $\lim_{m \rightarrow \infty} b_m$ を求めよ。
- (4) $a = \lim_{m \rightarrow \infty} a_m, b = \lim_{m \rightarrow \infty} b_m$ とし、 $\gamma = a + bi, z = -i \times \bar{\gamma}$ とする。複素数平面において、点 z を点 γ のまわりに $\frac{\pi}{3}$ だけ回転して得られる点を表す複素数 w を求めよ。

N_yamagata2018A_04.pbm