

2018年度 山形大学 前期理系 第3問

**問題** 曲線  $y = \log x$  ( $x > 0$ ) を  $C$  とする。  $a > 1$  とし、点  $(1, 0)$  における曲線  $C$  の接線を  $L_1$ 、点  $A(a, \log a)$  における曲線  $C$  の接線を  $L_a$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 不定積分  $\int (\log x)^2 dx$  を求めよ。
- (2) 直線  $L_a$  の方程式および直線  $L_1$  と直線  $L_a$  の交点の  $x$  座標を求めよ。
- (3) 2直線  $L_1, L_a$  と曲線  $C$  で囲まれた図形の面積を  $S(a)$  とするとき、極限值  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S(a)}{a}$  を求めよ。ただし、 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\log a)^k}{a} = 0$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) を用いてよい。
- (4) 2直線  $L_1, L_a$  と曲線  $C$  で囲まれた図形を  $x$  軸の周りに1回転してできる立体の体積を  $V(a)$  とするとき、極限值  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{V(a)}{a \log a}$  を求めよ。ただし、 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\log a)^k}{a} = 0$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) を用いてよい。

N\_yamagata2018A\_03.pbm