2018 年度　山形大学　前期理系　第３問

問題　曲線 $y=\log x$　$(x>0)$ を C とする。$a>1$ とし，点 $(1,\ 0)$ における曲線 C の接線を L_1，点 $\mathrm{A}(a,\ \log a)$ における曲線 C の接線を L_a とする。このとき，次の問に答えよ。

(1)　不定積分 $\displaystyle\int(\log x)^2\,dx$ を求めよ。

(2)　直線 L_a の方程式および直線 L_1 と直線 L_a の交点の x 座標を求めよ。

(3)　2 直線 L_1，L_a と曲線 C で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とするとき，極限値 $\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{S(a)}{a}$ を求めよ。ただし，$\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{(\log a)^k}{a}=0$（$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）を用いてよい。

(4)　2 直線 L_1，L_a と曲線 C で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を $V(a)$ とするとき，極限値 $\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{V(a)}{a\log a}$ を求めよ。ただし，$\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{(\log a)^k}{a}=0$　$(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を用いてよい。

N_yamagata2018A_03.pbm