

## 2021年度 筑波大学 前期理系 第5問

**問題**  $O$  を原点とする  $xy$  平面において、点  $A(-1, 0)$  と点  $B(2, 0)$  をとる。円  $x^2 + y^2 = 1$  の、 $x \geq 0$  かつ  $y \geq 0$  を満たす部分を  $C$  とし、また点  $B$  を通り  $y$  軸に平行な直線を  $\ell$  とする。2 以上の整数  $n$  に対し、曲線  $C$  上に点  $P, Q$  を

$$\angle POB = \frac{\pi}{n}, \quad \angle QOB = \frac{\pi}{2n}$$

を満たすようにとる。直線  $AP$  と直線  $\ell$  の交点を  $V$  とし、直線  $AQ$  と直線  $\ell$  の交点を  $W$  とする。線分  $AP$ 、線分  $AQ$  および曲線  $C$  で囲まれた図形の面積を  $S(n)$  とする。また線分  $PV$ 、線分  $QW$ 、曲線  $C$  および線分  $VW$  で囲まれた図形の面積を  $T(n)$  とする。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n\{S(n) + T(n)\}$  を求めよ。

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T(n)}{S(n)}$  を求めよ。