

問題 関数 $f(\theta)$, $g(\theta)$ を

$$f(\theta) = \sin \theta - \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad g(\theta) = \sin 2\theta$$

と定める。 xy 平面上の曲線 C が, 媒介変数 θ を用いて

$$x = f(\theta), \quad y = g(\theta) \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}\right)$$

で表されている。

(1) 次の定積分 I_1 , I_2 , I_3 の値を求めよ。

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta \, d\theta, \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin \theta \cos 2\theta \, d\theta, \quad I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 \theta \cos 2\theta \, d\theta$$

(2) $\frac{dy}{dx}$ を θ の関数として表し, 曲線 C の概形を xy 平面上に描け。

(3) 曲線 C , x 軸および y 軸で囲まれた図形を, y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。