

2020年度 筑波大学 前期理系 第3問

問題 O を原点とする xy 平面上に 2 直線

$$l: y = \sqrt{3}x, \quad m: y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$$

がある。正の整数 n に対して、 l 上に点 $P_n(n, \sqrt{3}n)$ をとり、 m 上に点 $Q_n\left(x_n, -\frac{1}{\sqrt{3}}x_n\right)$ をとる。ただし、 x_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は次の条件 (I), (II) を満たすとする。

(I) $x_1 = 1$ である。

(II) $n \geq 2$ のとき、 x_n は、 Q_{n-1} を通り l と平行な直線と、 x 軸との交点の x 座標である。

また、正の整数 n に対して、 $\triangle OP_nQ_n$ の面積を a_n とする。

(1) x_n を n を用いて表せ。

(2) a_n を n を用いて表せ。

(3) 正の整数 n に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ と定める。 S_n を n を用いて表せ。

N_tsukuba2020A_03.pbm