2019年度　筑波大学　前期理系　第3問

問題 四面体 OABC について，OA ＝ OB ＝ OC および $\angle$AOB ＝ $\angle$BOC ＝ $\angle$COA が成り立つとする。$0 < s < 1$，$0 < t < 1$ を満たす実数 s，t に対し，辺 OA を $s : 1-s$ に内分する点を D とし，辺 OB を $t : 1-t$ に内分する点を E とする。$\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \overrightarrow{\mathrm{BG}} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ となる点 F，G をとり，線分 EF と線分 DG が 1 点で交わるとし，その交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$，$\angle\mathrm{AOB} = \theta$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$t = s$ であることを示し，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を s，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{EF}} \perp \overrightarrow{\mathrm{DG}}$ であるとき，$\cos\theta$ を s を用いて表せ。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{EF}} \perp \overrightarrow{\mathrm{DG}}$ かつ $\sqrt{3}\mathrm{OP} = \mathrm{OA}$ であるとき，s の値を求めよ。

N_tsukuba2019A_03.pbm