

2018 年度 筑波大学 前期理系 第 3 問

問題 正三角形 OAB に対し、直線 OA 上の点 $P_1, P_2, P_3, \dots$ および直線 OB 上の点 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ を、次の (I), (II), (III) を満たすようにとる。

(I) $P_1 = A$ である。

(II) 線分 $P_1Q_1, P_2Q_2, P_3Q_3, \dots$ はすべて直線 OA に垂直である。

(III) 線分 $Q_1P_2, Q_2P_3, Q_3P_4, \dots$ はすべて直線 OB に垂直である。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。点 O を基準とする位置ベクトルが、整数 k, l によって $k\vec{a} + l\vec{b}$ と表される点全体の集合を S とする。 n を自然数とすると、以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OP_n}$ と $\overrightarrow{OQ_n}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OR} = x\vec{a} + y\vec{b}$ で定まる点 R が線分 Q_nP_{n+1} 上にあるとき、 x を y を用いて表せ。また、線分 Q_nP_{n+1} 上にある S の点の個数を求めよ。

(3) 三角形 $OP_{n+1}Q_n$ の周または内部にある S の点の個数を求めよ。

N_tsukuba2018A_03.pbm