

2017 年度 筑波大学 前期理系 第 6 問

問題 $0 < a < \frac{\pi}{2}$ とする。複素数平面上において、原点を中心とする半径 1 の円の上に異なる 5 点 $P_1(w_1)$, $P_2(w_2)$, $P_3(w_3)$, $P_4(w_4)$, $P_5(w_5)$ が反時計まわりに並んでおり、次の 2 つの条件 (I), (II) を満たすとする。

(I) $(\cos^2 a)(w_2 - w_1)^2 + (\sin^2 a)(w_5 - w_1)^2 = 0$ が成り立つ。

(II) $\frac{w_3}{w_2}$ と $-\frac{w_4}{w_2}$ は方程式 $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ の解である。

また、五角形 $P_1P_2P_3P_4P_5$ の面積を S とする。以下の問いに答えよ。

(1) 五角形 $P_1P_2P_3P_4P_5$ の頂点 P_1 における内角 $\angle P_5P_1P_2$ を求めよ。

(2) S を a を用いて表せ。

(3) $R = |w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5|$ とする。このとき、 $R^2 + 2S$ は a の値によらないことを示せ。

N_tsukuba2017A_06.pbm