

2017年度 筑波大学 前期理系 第3問

問題 数列  $\{a_n\}$  が

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 3a_{n+1}^2 - 6a_{n+1}a_n + 3a_n^2 + a_{n+1} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たすとする。また、 $b_n = a_{n+1} - a_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とおく。以下の問いに答えよ。

- (1)  $b_n \geq 0$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を示せ。
- (2)  $b_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) の一の位の数<sup>3</sup>が2であることを数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (3)  $a_{2017}$  の一の位の数<sup>3</sup>を求めよ。

N\_tsukuba2017A\_03.pbm