

2016年度 筑波大学 前期理系 第5問

問題 $\triangle PQR$ において $\angle RPQ = \theta$, $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$ とする。点 P_n

($n = 1, 2, 3, \dots$) を次で定める。

$$P_1 = P, P_2 = Q, P_n P_{n+2} = P_n P_{n+1}$$

ただし、点 P_{n+2} は線分 $P_n R$ 上にあるものとする。

実数 θ_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

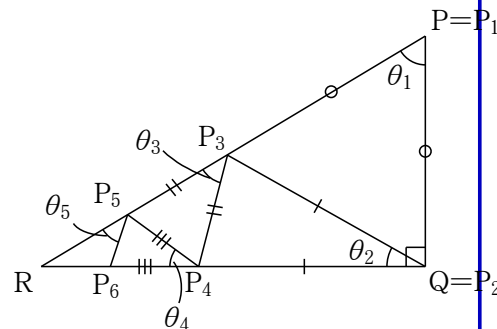
$$\theta_n = \angle P_{n+1} P_n P_{n+2} \quad (0 < \theta_n < \pi)$$

で定める。

(1) θ_2, θ_3 を θ を用いて表せ。

(2) $\theta_{n+1} + \frac{\theta_n}{2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) は n によらない定数であることを示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_n$ 求めよ。



N_tsukuba2016A_05.pbm