

2016年度 筑波大学 前期理系 第3問

問題 四面体 $OABC$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。このとき等式

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 1$$

が成り立つとする。 t は実数の定数で、 $0 < t < 1$ を満たすとする。線分 OA を $t : 1 - t$ に内分する点を P とし、線分 BC を $t : 1 - t$ に内分する点を Q とする。また、線分 PQ の中点を M とする。

- (1) \overrightarrow{OM} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} と t を用いて表せ。
- (2) 線分 OM と線分 BM の長さが等しいとき、線分 OB の長さを求めよ。
- (3) 4点 O 、 A 、 B 、 C が点 M を中心とする同一球面上にあるとする。このとき、 $\triangle OAB$ と $\triangle OCB$ は合同であることを示せ。

N_tsukuba2016A_03.pbm