

2016年度 筑波大学 前期理系 第2問

問題 xy 平面の直線 $y = (\tan 2\theta)x$ を ℓ とする。ただし $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とす

る。図で示すように、円 C_1 , C_2 を以下の (i)~(iv) で定める。

- (i) 円 C_1 は直線 ℓ および x 軸の正の部分と接する。
- (ii) 円 C_1 の中心は第1象限にあり、原点 O から中心までの距離 d_1 は $\sin 2\theta$ である。
- (iii) 円 C_2 は直線 ℓ , x 軸の正の部分, および円 C_1 と接する。
- (iv) 円 C_2 の中心は第1象限にあり、原点 O から中心までの距離 d_2 は $d_1 > d_2$ を満たす。

円 C_1 と円 C_2 の共通接線のうち, x 軸, 直線 ℓ と異なる直線を m とし, 直線 m と直線 ℓ , x 軸との交点をそれぞれ P , Q とする。

- (1) 円 C_1 , C_2 の半径を $\sin \theta$, $\cos \theta$ を用いて表せ。
- (2) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ の範囲を動くとき, 線分 PQ の長さの最大値を求めよ。
- (3) (2) の最大値を与える θ について直線 m の方程式を求めよ。

