2023 年度　富山大学　前期理系　第２問

問題　e を自然対数の底として，$f(x)=x^2e^{-\frac{x}{2}}$ （$x \geqq 0$）を考える。次の問いに答えよ。ただし，正の整数 n に対して，$\lim_{x\to\infty} x^n e^{-\frac{x}{2}}=0$ であることは用いてよい。

(1)　関数 $y=f(x)$ の増減，およびグラフの凹凸を調べ，グラフをかけ。また，変曲点が 2 つ以上あれば，それらの y 座標の大小関係も調べよ。ただし，$2<e<3$ であることを用いてもよい。

(2)　不定積分 $\int f(x)\,dx$ を求めよ。

(3)　a を正の実数とする。xy 平面において，$0 \leqq y \leqq f(x)$，$0 \leqq x \leqq a$ を満たす部分の面積を $S(a)$ とするとき，$S(a)$ を a の式で表せ。

(4)　(3) の $S(a)$ に対して，$\lim_{a\to\infty} S(a)$ を求めよ。

N_toyama2023A_02.pbm