2023 年度　富山大学　前期理系　第 1 問

問題　次の問いに答えよ。

(1)　$t=\tan\dfrac{x}{2}$　$(-\pi<x<\pi)$ とおく。

このとき，$\sin x=\dfrac{2t}{1+t^2}$，$\cos x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$，$\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{2}{1+t^2}$ であることを示せ。

(2)　定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$ を求めよ。

(3)　2 つの定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+2\sin x}{1+\sin x+\cos x}\,dx$，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+2\cos x}{1+\sin x+\cos x}\,dx$ が等しいことを示せ。

(4)　定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+2\sin x}{1+\sin x+\cos x}\,dx$ を求めよ。

(5)　定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+\sin x+\cos x}\,dx$ を求めよ。

N_toyama2023A_01.pbm