

2021年度 富山大学 前期理系 第3問

問題 n は2以上の整数とする。 $\triangle OAB$ において、 $OA = 8$, $OB = 5$, $AB = 7$ とする。線分 OA を n 等分する点を O に近い方から P_1, P_2, \dots, P_{n-1} とし、 $P_n = A$ とする。線分 OB を n 等分する点を O に近い方から Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1} とし、 $Q_n = B$ とする。また、各 k ($k = 1, 2, \dots, n-1$) について線分 AQ_k と線分 BP_k の交点を R_k とおく。さらに、 R_n を線分 AB の中点とする。

(1) $\overrightarrow{OR_k}$ を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} および n, k を用いて表せ。

(2) $|\overrightarrow{OR_k}|$ を n と k を用いて表せ。

(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |\overrightarrow{OR_k}|$ を求めよ。

(4) $\triangle P_k Q_k R_k$ の面積を s_k とする。極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s_k$ を求めよ。ただし、 $s_n = 0$ とする。

N_toyama2021A_03.pbm