

2021 年度 富山大学 前期理系 第 1 問

問題 実数全体で定義された次の関数 $f(x)$, $g(x)$ を考える。

$$f(x) = \frac{\sin x}{x^2 + x + 2}$$

$$g(x) = (x^2 + x + 2)^2 f'(x)$$

また, $0 \leq x \leq 2\pi$ における $f(x)$ の最大値を M とおく。

(1) $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲において方程式 $g(x) = 0$ はちょうど 2 つの解をもつことを示せ。

(2) (1) で示した 2 つの解のうち, 小さい方を α とする。 $M = \frac{\cos \alpha}{2\alpha + 1}$ を示せ。

(3) 不等式 $M < \frac{\sqrt{2}}{\pi + 2}$ を示せ。

N_toyama2021A_01.pbm