

2020年度 富山大学 前期理系 第3問

問題 関数 $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$ を $x > 0$ において以下のように定義する。

$$g_1(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} \frac{1}{t} \log\left(\frac{x}{t}\right) dt, \quad g_2(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} f(t) dt, \quad g_3(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} \frac{1}{t} f\left(\frac{x}{t}\right) dt$$

ただし, $f(x)$ は連続な関数とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $g'_1(x)$ を求めよ。
- (2) $g'_2(x)$ を $f(x^2)$ と $f\left(\frac{1}{x}\right)$ を用いた式で表せ。
- (3) $g'_3(x)$ を $f(x^2)$ と $f\left(\frac{1}{x}\right)$ を用いた式で表せ。
- (4) $x > 1$ において, $g'_2(x) > 0$ かつ $g'_3(x) < 0$ が成り立つとする。
 - (ア) $x > 1$ において, $f(x^2) > 0$ であることを示せ。
 - (イ) 方程式 $f(x) = 0$ の $x > 0$ における解を求めよ。

N_toyama2020A_03.pbm