2007 年度　東京工業大学　前期理系　第４問

問題

(1)　整数 $n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots$ と正数 a_n に対して

$$f_n(x)=a_n(x-n)(n+1-x)$$

とおく。2 つの曲線 $y=f_n(x)$ と $y=e^{-x}$ が接するような a_n を求めよ。

(2)　$f_n(x)$ は (1) で定めたものとする。$y=f_0(x)$，$y=e^{-x}$ と y 軸で囲まれる図形の面積を S_0，$n \geqq 1$ に対し $y=f_{n-1}(x)$，$y=f_n(x)$ と $y=e^{-x}$ で囲まれる図形の面積を S_n とおく。このとき $\lim_{n\to\infty}(S_0+S_1+\cdots\cdots+S_n)$ を求めよ。

N_toukoudai2007A_24.pbm