

2006年度 東京工業大学 前期理系 第4問

**問題** 空間内の四面体 ABCD を考える。辺 AB, BC, CD, DA の中点を、それぞれ K, L, M, N とする。

- (1)  $4\vec{MK} \cdot \vec{LN} = |\vec{AC}|^2 - |\vec{BD}|^2$  を示せ。ここに  $|\vec{AC}|$  はベクトル  $\vec{AC}$  の長さを表す。
- (2) 四面体 ABCD のすべての面が互いに合同であるとする。このとき  $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$ ,  $|\vec{BC}| = |\vec{AD}|$ ,  $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$  を示せ。
- (3) 辺 AC の中点を P とし,  $|\vec{AB}| = \sqrt{3}$ ,  $|\vec{BC}| = \sqrt{5}$ ,  $|\vec{CA}| = \sqrt{6}$  とする。(2) の仮定のもとで, 四面体 PKLN の体積を求めよ。

N\_toukoudai2006A\_24.pbm