2024 年度　東京大学　前期理系　第 4 問

問題　$f(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{4}x^2 + 4\sqrt{2}$ とおく。$0 < t < 4$ を満たす実数 t に対し，座標平面上の点 $(t,\ f(t))$ を通り，この点において放物線 $y = f(x)$ と共通の接線を持ち，x 軸上に中心を持つ円を C_t とする。

(1)　円 C_t の中心の座標を $(c(t),\ 0)$，半径を $r(t)$ とおく。$c(t)$ と $\{r(t)\}^2$ を t の整式で表せ。

(2)　実数 a は $0 < a < f(3)$ を満たすとする。円 C_t が点 $(3,\ a)$ を通るような実数 t は $0 < t < 4$ の範囲にいくつあるか。

N_tokyo2024A_04.pbm