2023 年度　東京大学　前期理系　第 1 問

問題

(1)　正の整数 k に対し，

$$A_k = \int_{\sqrt{k\pi}}^{\sqrt{(k+1)\pi}} \left|\sin(x^2)\right| dx$$

とおく。次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{1}{\sqrt{(k+1)\pi}} \leqq A_k \leqq \frac{1}{\sqrt{k\pi}}$$

(2)　正の整数 n に対し，

$$B_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \int_{\sqrt{n\pi}}^{\sqrt{2n\pi}} \left|\sin(x^2)\right| dx$$

とおく。極限 $\lim_{n\to\infty} B_n$ を求めよ。

N_tokyo2023A_01.pbm