

2022年度 東京大学 前期理系 第6問

**問題**  $O$  を原点とする座標平面上で考える。0 以上の整数  $k$  に対して、ベクトル  $\vec{v}_k$

$$\vec{v}_k = \left( \cos \frac{2k\pi}{3}, \sin \frac{2k\pi}{3} \right)$$

と定める。投げたとき表と裏がどちらも  $\frac{1}{2}$  の確率で出るコインを  $N$  回投げて、座標平面上に点  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_N$  を以下の規則 (i), (ii) に従って定める。

(i)  $X_0$  は  $O$  にある。

(ii)  $n$  を 1 以上  $N$  以下の整数とする。 $X_{n-1}$  が定まったとし、 $X_n$  を次のように定める。

- $n$  回目のコイン投げで表が出た場合、

$$\overrightarrow{OX_n} = \overrightarrow{OX_{n-1}} + \vec{v}_k$$

により  $X_n$  を定める。ただし、 $k$  は 1 回目から  $n$  回目までのコイン投げで裏が出た回数とする。

- $n$  回目のコイン投げで裏が出た場合、 $X_n$  を  $X_{n-1}$  と定める。

(1)  $N = 8$  とする。 $X_8$  が  $O$  にある確率を求めよ。

(2)  $N = 200$  とする。 $X_{200}$  が  $O$  にあり、かつ、合計 200 回のコイン投げで表がちょうど  $r$  回出る確率を  $p_r$  とおく。ただし、 $0 \leq r \leq 200$  である。 $p_r$  を求めよ。また、 $p_r$  が最大となる  $r$  の値を求めよ。

N\_tokyo2022A\_06.pbm