# 2022 年度　東京大学　前期理系　第３問

問題　O を原点とする座標平面上で考える。座標平面上の 2 点 $\mathrm{S}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{T}(x_2,\ y_2)$ に対し，点 S が点 T から十分離れているとは，

$$|x_1 - x_2| \geqq 1 \text{ または } |y_1 - y_2| \geqq 1$$

が成り立つことと定義する。
不等式

$$0 \leqq x \leqq 3,\ 0 \leqq y \leqq 3$$

が表す正方形の領域を $D$ とし，その 2 つの頂点 $\mathrm{A}(3,\ 0)$，$\mathrm{B}(3,\ 3)$ を考える。さらに，次の条件 (i)，(ii) をともに満たす点 P をとる。

(i)　点 P は領域 $D$ の点であり，かつ，放物線 $y = x^2$ 上にある。

(ii)　点 P は，3 点 O，A，B のいずれからも十分離れている。

点 P の $x$ 座標を $a$ とする。

(1)　$a$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　次の条件 (iii)，(iv) をともに満たす点 Q が存在しうる範囲の面積 $f(a)$ を求めよ。

(iii)　点 Q は領域 $D$ の点である。

(iv)　点 Q は，4 点 O，A，B，P のいずれからも十分離れている。

(3)　$a$ は (1) で求めた範囲を動くとする。(2) の $f(a)$ を最小にする $a$ の値を求めよ。

N_tokyo2022A_03.pbm