2021 年度　東京大学　前期理系　第 6 問

問題　定数 b，c，p，q，r に対し，

$$x^4+bx+c=(x^2+px+q)(x^2-px+r)$$

が x についての恒等式であるとする。

(1)　$p \neq 0$ であるとき，q，r を p，b で表せ。

(2)　$p \neq 0$ とする。b，c が定数 a を用いて

$$b=(a^2+1)(a+2),\ c=-\left(a+\frac{3}{4}\right)(a^2+1)$$

と表されているとき，有理数を係数とする t についての整式 $f(t)$ と $g(t)$ で

$$\{p^2-(a^2+1)\}\{p^4+f(a)p^2+g(a)\}=0$$

を満たすものを 1 組求めよ。

(3)　a を整数とする。x の 4 次式

$$x^4+(a^2+1)(a+2)x-\left(a+\frac{3}{4}\right)(a^2+1)$$

が有理数を係数とする 2 次式の積に因数分解できるような a をすべて求めよ。

N_tokyo2021A_06.pbm