

**問題** 以下の問いに答えよ。

- (1) 正の奇数  $K, L$  と正の整数  $A, B$  が  $KA = LB$  を満たしているとする。 $K$  を 4 で割った余りが  $L$  を 4 で割った余りと等しいならば、 $A$  を 4 で割った余りは  $B$  を 4 で割った余りと等しいことを示せ。
- (2) 正の整数  $a, b$  が  $a > b$  を満たしているとする。このとき、 $A = {}_{4a+1}C_{4b+1}$ ,  $B = {}_aC_b$  に対して  $KA = LB$  となるような正の奇数  $K, L$  が存在することを示せ。
- (3)  $a, b$  は (2) の通りとし、さらに  $a - b$  が 2 で割り切れるとする。 ${}_{4a+1}C_{4b+1}$  を 4 で割った余りは  ${}_aC_b$  を 4 で割った余りと等しいことを示せ。
- (4)  ${}_{2021}C_{37}$  を 4 で割った余りを求めよ。