

問題 以下の問いに答えよ。

- (1) A, α を実数とする。 θ の方程式

$$A \sin 2\theta - \sin(\theta + \alpha) = 0$$

を考える。 $A > 1$ のとき、この方程式は $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲に少なくとも 4 個の解を持つことを示せ。

- (2) 座標平面上の楕円

$$C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$$

を考える。また、 $0 < r < 1$ を満たす実数 r に対して、不等式

$$2x^2 + y^2 < r^2$$

が表す領域を D とする。 D 内のすべての点 P が以下の条件を満たすような実数 r ($0 < r < 1$) が存在することを示せ。また、そのような r の最大値を求めよ。

条件： C 上の点 Q で、 Q における C の接線と直線 PQ が直交するようなものが少なくとも 4 個ある。