## 2018年度 東京大学 前期理系 第6問

問題 座標空間内の 4 点  $O(0,\,0,\,0)$ ,  $A(1,\,0,\,0)$ ,  $B(1,\,1,\,0)$ ,  $C(1,\,1,\,1)$  を考える。

 $\frac{1}{2} < r < 1$  とする。点 P が線分 OA,AB,BC 上を動くときに点 P を中心とする半径 r の球(内部を含む)が通過する部分を,それぞれ  $V_1$ , $V_2$ , $V_3$  とする。

- (1) 平面 y=t が  $V_1$ ,  $V_3$  双方と共有点をもつような t の範囲を与えよ。 さらに,この範囲の t に対し,平面 y=t と  $V_1$  の共通部分および,平面 y=t と  $V_3$  の共通部分を同一平面上に図示せよ。
- (2)  $V_1$  と  $V_3$  の共通部分が  $V_2$  に含まれるための r についての条件を求めよ。
- (3) r は (2) の条件をみたすとする。 $V_1$  の体積を S とし, $V_1$  と  $V_2$  の共通部分の体積を T とする。 $V_1$ , $V_2$ , $V_3$  を合わせて得られる立体 V の体積を S と T を用いて表せ。
- (4) ひきつづきrは(2)の条件をみたすとする。SとTを求め、Vの体積を決定せよ。

 $N_{tokyo2018A_06.pbm}$