

2018年度 東京大学 前期理系 第6問

**問題** 座標空間内の4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, 0)$ ,  $C(1, 1, 1)$  を考える。

$\frac{1}{2} < r < 1$  とする。点  $P$  が線分  $OA$ ,  $AB$ ,  $BC$  上を動くときに点  $P$  を中心とする半径  $r$  の球（内部を含む）が通過する部分を、それぞれ  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  とする。

- (1) 平面  $y = t$  が  $V_1$ ,  $V_3$  双方と共有点をもつような  $t$  の範囲を与えよ。さらに、この範囲の  $t$  に対し、平面  $y = t$  と  $V_1$  の共通部分および、平面  $y = t$  と  $V_3$  の共通部分を同一平面上に図示せよ。
- (2)  $V_1$  と  $V_3$  の共通部分が  $V_2$  に含まれるための  $r$  についての条件を求めよ。
- (3)  $r$  は (2) の条件をみたすとする。 $V_1$  の体積を  $S$  とし、 $V_1$  と  $V_2$  の共通部分の体積を  $T$  とする。 $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  を合わせて得られる立体  $V$  の体積を  $S$  と  $T$  を用いて表せ。
- (4) ひきつづき  $r$  は (2) の条件をみたすとする。 $S$  と  $T$  を求め、 $V$  の体積を決定せよ。

N\_tokyo2018A\_06.pbm