

問題 座標平面上の 2 つの放物線

$$A : y = x^2$$

$$B : y = -x^2 + px + q$$

が点 $(-1, 1)$ で接している。ここで、 p と q は実数である。さらに、 t を正の実数とし、放物線 B を x 軸の正の向きに $2t$ 、 y 軸の正の向きに t だけ平行移動して得られる放物線を C とする。

- (1) p と q の値を求めよ。
- (2) 放物線 A と C が囲む領域の面積を $S(t)$ とする。ただし、 A と C が領域を囲まないときは $S(t) = 0$ と定める。 $S(t)$ を求めよ。
- (3) $t > 0$ における $S(t)$ の最大値を求めよ。