

## 2014年度 東京大学 前期理系 第3問

**問題**  $u$  を実数とする。座標平面上の2つの放物線

$$C_1: y = -x^2 + 1$$

$$C_2: y = (x - u)^2 + u$$

を考える。 $C_1$  と  $C_2$  が共有点をもつような  $u$  の値の範囲は、ある実数  $a, b$  により、 $a \leq u \leq b$  と表される。

(1)  $a, b$  の値を求めよ。

(2)  $u$  が  $a \leq u \leq b$  をみたすとき、 $C_1$  と  $C_2$  の共有点を  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  とする。ただし、共有点が1点のみのときは、 $P_1$  と  $P_2$  は一致し、ともにその共有点を表すとする。

$$2|x_1y_2 - x_2y_1|$$

を  $u$  の式で表せ。

(3) (2) で得られる  $u$  の式を  $f(u)$  とする。定積分

$$I = \int_a^b f(u) du$$

を求めよ。