2014 年度　東京大学　前期理系　第 3 問

問題　u を実数とする。座標平面上の 2 つの放物線

$$C_1 :\quad y = -x^2 + 1$$
$$C_2 :\quad y = (x-u)^2 + u$$

を考える。C_1 と C_2 が共有点をもつような u の値の範囲は，ある実数 a，b により，$a \leqq u \leqq b$ と表される。

(1)　a，b の値を求めよ。

(2)　u が $a \leqq u \leqq b$ をみたすとき，C_1 と C_2 の共有点を $\mathrm{P}_1(x_1, y_1)$，$\mathrm{P}_2(x_2, y_2)$ とする。ただし，共有点が 1 点のみのときは，P_1 と P_2 は一致し，ともにその共有点を表すとする。

$$2\left|x_1y_2 - x_2y_1\right|$$

を u の式で表せ。

(3)　(2) で得られる u の式を $f(u)$ とする。定積分

$$I = \int_a^b f(u)\,du$$

を求めよ。

N_tokyo2014A_03.pbm