2017 年度　徳島大学　後期理系　第３問

問題　複素数平面上の原点と異なる点 α に対して，$z=\dfrac{\alpha^2-4}{\alpha}+4i$ とする。ただし，i は虚数単位である。

(1)　$\alpha=a+bi$ (a，b は実数)，$z=x+yi$ (x，y は実数) とするとき，x および y をそれぞれ a，b で表せ。

(2)　α が単位円周上を動くとき，$z=x+yi$ (x，y は実数) が xy 平面に描く図形の方程式を求めよ。

(3)　α の極形式を $\alpha=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ とおき，

$$\beta=\left(\sqrt{r}\cos\frac{\theta}{2}+\frac{2}{\sqrt{r}}\sin\frac{\theta}{2}\right)+i\left(\sqrt{r}\sin\frac{\theta}{2}+\frac{2}{\sqrt{r}}\cos\frac{\theta}{2}\right)$$

とする。$\beta^2=z$ であることを示せ。

(4)　(3) で定めた β において $r=1$ とする。θ が $0\leqq\theta\leqq4\pi$ の範囲を動くとき，$\beta=x+yi$ (x，y は実数) が xy 平面に描く図形の方程式を求めよ。

N_tokushima2017C_13.pbm