

2017年度 徳島大学 後期理系 第3問

問題 複素数平面上の原点と異なる点 α に対して、 $z = \frac{\alpha^2 - 4}{\alpha} + 4i$ とする。ただし、 i は虚数単位である。

(1) $\alpha = a + bi$ (a, b は実数), $z = x + yi$ (x, y は実数) とするとき、 x および y をそれぞれ a, b で表せ。

(2) α が単位円周上を動くとき、 $z = x + yi$ (x, y は実数) が xy 平面に描く図形の方程式を求めよ。

(3) α の極形式を $\alpha = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ とおき、

$$\beta = \left(\sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{2}{\sqrt{r}} \sin \frac{\theta}{2} \right) + i \left(\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{2}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

とする。 $\beta^2 = z$ であることを示せ。

(4) (3) で定めた β において $r = 1$ とする。 θ が $0 \leq \theta \leq 4\pi$ の範囲を動くとき、 $\beta = x + yi$ (x, y は実数) が xy 平面に描く図形の方程式を求めよ。

N_tokushima2017C_13.pbm