

## 2021年度 東北大学 前期理系 第2問

**問題**  $a, b$  を  $0 < a < 1, 0 < b < 1$  を満たす実数とする。平面上の三角形  $ABC$  を考え、辺  $AB$  を  $a : 1 - a$  に内分する点を  $P$ 、辺  $BC$  を  $b : 1 - b$  に内分する点を  $Q$ 、辺  $CA$  の中点を  $R$  とし、三角形  $ABC$  の面積を  $S$ 、三角形  $PQR$  の面積を  $T$  とする。

(1)  $\frac{T}{S}$  を  $a, b$  で表せ。

(2)  $a, b$  が  $0 < a < \frac{1}{2}, 0 < b < \frac{1}{2}$  の範囲を動くとき、 $\frac{T}{S}$  がとりうる値の範囲を求めよ。

(3)  $p, q$  を3以上の整数とし、 $a = \frac{1}{p}, b = \frac{1}{q}$  とする。 $\frac{T}{S}$  の逆数  $\frac{S}{T}$  が整数となるような  $p, q$  の組  $(p, q)$  をすべて求めよ。

N\_tohoku2021A\_02.pbm